

Validation d'un modèle de la fonction de transfert du bras sur des signatures manuscrites

Franck Leclerc et Réjean Plamondon, Département de Génie Électrique
Ecole Polytechnique de Montréal, C.P. 6079, Succursale A,
Montréal QC, H3C 3A7

Résumé

Cet article porte sur la validation d'un modèle générateur de tracés manuscrits sur des signatures. Le modèle utilisé génère des profils gaussiens pour les vitesses curvilinéaire et angulaire.

A partir des signaux de vitesses curvilinéaire et angulaire de signatures acquises par une tablette à numériser, nous extrayons les paramètres des gaussiennes (l'amplitude maximale, la constante de temps et le décalage de la gaussienne en abscisse et en ordonnée).

L'extraction des paramètres se fait par la méthode des moindres carrés appliquée aux équations non linéaires. Les paramètres sont ensuite utilisés pour régénérer les profils de vitesses curvilinéaire et angulaire. L'intégration de ces vitesses nous permet de reconstruire les signatures.

Cette étude montre les résultats obtenus sur 12 signatures d'origines et de types différents.

Abstract

This paper describes the validation of a handwriting-generation model for signatures. The model generates gaussian curves for the curvilinear and angular velocities.

From the curvilinear and angular signals of the signature digitized with a graphic tablet, we extract the parameters of the gaussian curves (maximum amplitude, time constant and offset of the gaussian curve in abscissa and ordinate).

The parameters extraction is performed with the least mean square method applied to non-linear equations. The parameters are then used to generate the curvilinear and angular

velocities curves. The time integral of these velocities makes it possible to reconstruct the signature.

The results obtained on 12 typical signatures of various types are presented and commented.

Keywords: modèle biomécanique, signatures, écriture manuscrite.

1. Introduction

De nombreux modèles ont été proposés pour générer des tracés manuscrits. Une étude comparative a montré que leurs résultats sont très variables et ne sont pas toujours satisfaisants [8]. Les différents modèles testés étaient basés sur des systèmes linéaires et invariants dans le temps, d'ordre supérieur ou égal à 2. Dans cet article, nous démontrons l'efficacité d'un système non linéaire variable par rapport au temps et optimal autour d'un voisinage pour générer des signatures manuscrites.

Le modèle proposé [1-8] génère des gaussiennes dans le domaine des vitesses curvilinéaires et angulaires. L'intégration de ces vitesses et leur combinaison permettent de régénérer le tracé original.

Après une description du modèle, des modifications apportées à celui-ci pour réaliser sa programmation, et des traitements effectués, nous montrerons les résultats que nous avons obtenus en traitant 12 signatures manuscrites.

2. Description du modèle

Le modèle utilisé dans cette étude [1-8]

suppose un mouvement programmé d'avance. Lorsque l'on veut écrire ou signer, le cerveau met en place une série de commandes connues d'avance qu'il transmet aux nerfs. L'onde dépolarisante, parvenue aux fibres musculaires par l'intermédiaire de la plaque motrice, va provoquer la contraction d'un ensemble de muscles afin de produire le tracé manuscrit.

Une des hypothèses de base faite sur le modèle suppose que le mouvement s'exécute sans contrôle additionnel à celui exercé par le programme moteur [5,7]. La commande envoyée par le cerveau n'est pas modifiée en cours d'exécution, que ce soit par un rétro-contrôle visuel ou autre, et le tracé s'effectue selon le programme moteur délivré par le cerveau (voir figure 1).

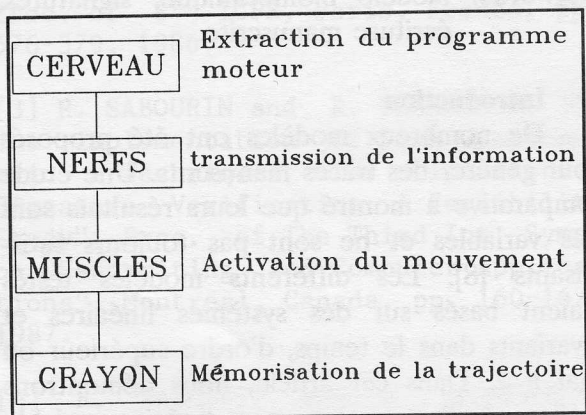


Figure 1 - Génération des signatures.

Autre caractéristique importante, le modèle repose exclusivement sur un contrôle de vitesse: un générateur de vitesse curvilinéaire et un générateur de vitesse angulaire [3]. Dans le modèle proposé, nous supposons que les profils délivrés par les deux générateurs de vitesse s'apparentent à des gaussiennes [1-3]. La figure 2 montre le schéma du modèle proposé. Les entrées des deux générateurs de vitesse sont constituées par des créneaux rectangulaires [8]. La fonction de transfert d'un générateur est telle qu'il produit des profils de vitesse gaussiens à sa sortie. En intégrant ces vitesses, on peut obtenir les distances curvilinéaire et angulaire parcourues.

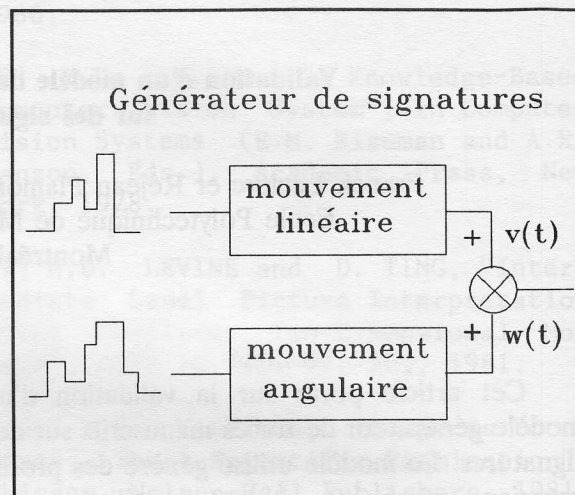


Figure 2 - Modèle générateur.

Pour la compréhension de la suite de cet article, nous allons définir quelques termes importants [5,8].

On appelle *trait curvilinéaire*, un mouvement curvilinéaire résultant de l'excitation du système curvilinéaire générateur de gaussiennes par un créneau rectangulaire en entrée.

On appelle *trait angulaire*, un mouvement angulaire résultant de l'excitation du système angulaire générateur de gaussiennes par un créneau rectangulaire en entrée.

On distingue dans un tracé deux sortes de discontinuité qui conduisent à la définition d'une chaîne et d'une composante.

Une composante est délimitée par des discontinuités dans le tracé (levées de crayon). Ainsi une composante commence par une discontinuité en position et une vitesse initiale nulle (ou le début du tracé) et se finit par une discontinuité du tracé en position et une vitesse finale nulle (ou la fin du tracé).

Une chaîne est délimitée par des discontinuités angulaires (fortes variations angulaires et très faibles vitesses curvilinéaires). Ainsi une chaîne commence par une discontinuité angulaire (ou le début du tracé, ou le début d'une composante) et se finit par une discontinuité angulaire (ou la fin du tracé ou la fin d'une composante).

Par conséquent, une composante peut être formée d'une ou plusieurs chaînes générées à partir d'une séquence de traits curvilinéaires et angulaires. Une signature (ou l'écriture) est composée par la génération d'une suite de composantes.

Au début de chaque composante le système prend de nouvelles conditions initiales curvilinéaires et angulaires. Au début d'une chaîne, le système prend uniquement de nouvelles conditions initiales angulaires.

3. Modifications

Bien que ce modèle ait donné des résultats très satisfaisants dans le cas de la reconstruction de tracés manuscrits [2,3] quelques anomalies ont été constatées et ce travail a pour objectif d'apporter des améliorations complémentaires au modèle.

A partir des vitesses angulaires originales, nous avons pu constater que l'on effectue parfois des rotations à vitesse angulaire constante et non nulle.

Une gaussienne commence et finit toujours avec une valeur nulle. Ainsi, il n'est pas possible d'obtenir une vitesse angulaire constante. Pour pallier à cet inconvénient, nous avons ajouté une composante continue non nulle au système générateur de gaussiennes.

Pour garder une symétrie entre le générateur curvilinéaire et angulaire, nous avons également considéré une composante continue pour la vitesse curvilinéaire.

Avec le modèle original [1-8], dans un but de simplification, les mouvements entre les levées de crayon n'ont pas été considérés. Dans cette étude, nous avons traité les déplacements entre chaque tracé de la signature comme faisant partie de la séquence du programme moteur. Ne tenant plus compte des levées de crayon la signature constituera une seule composante.

Enfin, nous avons changé la méthode pour isoler les discontinuités angulaires. Les discontinuités angulaires représentent de fortes variations de la vitesse angulaire (changements de direction importants pendant un temps très court). Pour les isoler, on peut utiliser un

seuil. Dans notre cas, nous nous sommes basés sur le fait qu'une discontinuité angulaire est toujours associée à une faible vitesse curvilinéaire. Si pour le point de vitesse curvilinéaire minimale, nous ne sommes pas capables d'assurer la continuité entre la gaussienne précédente et la suivante, alors nous considérons que l'on doit être en présence d'une discontinuité dans le domaine angulaire. Le système doit prendre de nouvelles conditions initiales puisque nous ne sommes pas capables d'assurer la continuité dans le domaine des vitesses.

Par un algorithme qui détermine s'il y a sommation ou non entre deux gaussiennes successives dans le domaine curvilinéaire, nous avons été capables de segmenter notre signature en différentes chaînes. Ces chaînes peuvent différer de celles extraites par le modèle théorique.

Les chaînes que nous extrayons seront qualifiées de "chaînes fonctionnelles". Dans la suite de cet article, à la lecture de chaînes, il faudra comprendre chaînes fonctionnelles car ce sont elles que nous avons traitées. De plus, nous avons considéré que le système reprend de nouvelles conditions initiales angulaire et de position (nouvelles coordonnées de départ) au début de chaque chaîne.

4. Traitements

Le but de notre travail est d'extraire les caractéristiques des gaussiennes des vitesses curvilinéaires et angulaires générées par le système bras/main.

L'équation générale des gaussiennes que nous avons considérées pour nos deux vitesses est la suivante:

$$v(t) = V_M \exp[-(t-t_{c\sigma})^2/\tau_\sigma^2] + \alpha_\sigma \quad (1)$$

$$\omega(t) = \Omega_M \exp[-(t-t_{c\theta})^2/\tau_\theta^2] + \alpha_\theta \quad (2)$$

Les paramètres susceptibles de modifier les profils des gaussiennes sont:

- V_M, Ω_M : amplitudes maximales des gaussiennes
- $t_{c\sigma}, t_{c\theta}$: temps pour lesquels les gaussiennes atteignent leur

maximum

- τ_σ, τ_θ : les constantes de temps des gaussiennes
- $\alpha_\sigma, \alpha_\theta$: les décalages des gaussiennes suivant l'ordonnée.

Pour extraire ces paramètres nous avons utilisé la méthode des moindres carrés appliqué au cas non linéaire [9,10].

A partir de l'acquisition d'une signature par une tablette à numériser, nous avons suréchantillonné nos signatures en utilisant une méthode basée sur une transformation en série de Fourier [11].

Avec la série de Fourier obtenue pour les abscisses et ordonnées de nos signatures en fonction du temps, nous calculons les vitesses curvilinéaire et angulaire. Les profils de vitesses curvilinéaire et angulaire nous permettent de calculer les paramètres des gaussiennes ($V_M, \Omega_M, t_{c\sigma}, t_{c\theta}, \tau_\sigma, \alpha_\sigma, \tau_\theta$ et α_θ), avec comme critère d'optimisation les moindres carrés.

Ensuite, à l'aide des paramètres estimés ($V_M, \Omega_M, t_{c\sigma}, t_{c\theta}, \tau_\sigma, \alpha_\sigma, \tau_\theta$ et α_θ), nous régénérons les vitesses curvilinéaire et angulaire, puis après intégration des vitesses, notre signature.

5. Résultats

Dans les résultats qui suivent, nous avons mesuré les erreurs de reconstruction de la manière suivante:

- Pour les vitesses, curvilinéaire et angulaire, nous mesurons:

$$\epsilon_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_{oi} - v_{ri})^2}{n}} \quad (3)$$

n : nombre de points

V_{oi} : vitesse (curvilinéaire ou angulaire) originale au temps t_i

V_{ri} : vitesse (curvilinéaire ou angulaire) reconstruite au temps t_i .

- Pour les signatures:

$$\epsilon_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}} \quad (4)$$

$$\text{avec } d_i^2 = (x_{oi} - x_{ri})^2 + (y_{oi} - y_{ri})^2$$

n : nombre de points de la signature

(x_o, y_o) : coordonnées du point original

(x_r, y_r) : coordonnées du point reconstruit.

Remarque: les erreurs sont calculées chaîne par chaîne.

"d" est la distance euclidienne entre le point original et le point reconstruit.

Les résultats ont été obtenus à partir de 12 signatures de provenances diverses (Chine, Europe, Amérique du Nord) et de types différents (graphique ou cursive).

Pour la reconstruction des signatures (voir figure 3) la plus forte erreur obtenue est de 0.2 cm pour l'une des chaînes de la signature de P.R. Pour 50% des signatures, l'erreur la plus importante commise sur une chaîne est inférieure à 0.05 cm. (équation 4).

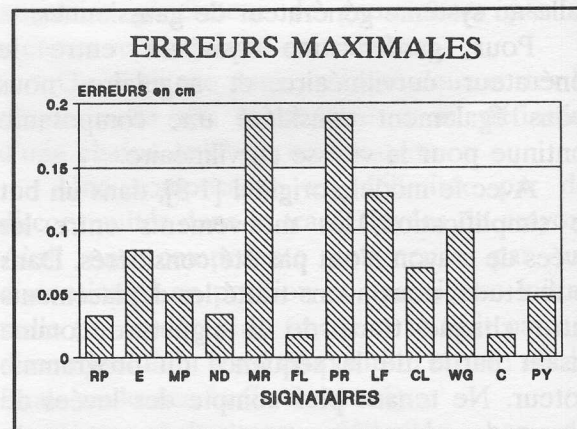


Figure 3 - Erreurs de reconstruction spatiale.

Outre la statique de la signature (son aspect), nous sommes capables de reproduire sa dynamique (les vitesses). Pour les vitesses curvilinéaires (figure 4) nous avons obtenu des

curvilinéaires (figure 4) nous avons obtenu des erreurs maximales inférieures à 4 cm/s. La fréquence d'échantillonnage étant de 500 Hz, nous commettons dans ce cas une erreur sur le déplacement du crayon de 0.008 cm.

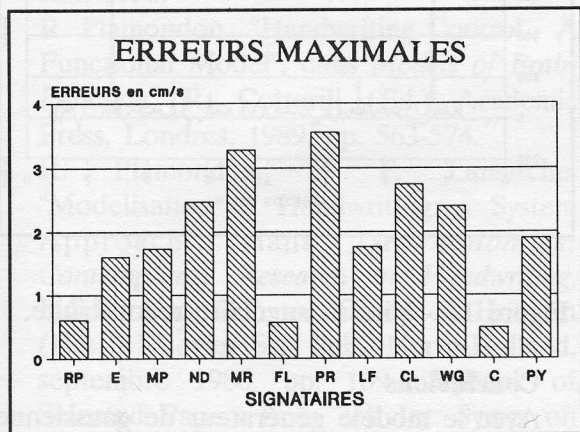


Figure 4 - Erreurs sur les vitesses curvilinéaires.

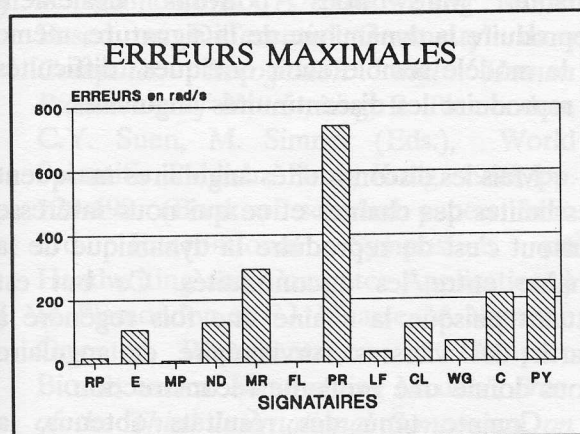


Figure 5 - Erreurs sur les vitesses angulaires.

Pour les vitesses angulaires (figure 5), les erreurs maximales semblent très importantes. Or, si on se réfère au tracé reconstruit, on constate que les erreurs sur les vitesses angulaires n'ont pas une forte incidence sur la statique de la signature. Ceci vient du fait que l'on évalue l'erreur en tenant compte des pics de vitesse angulaire. Ces pics peuvent avoir des amplitudes de 2000 rad/s. Une mauvaise estimation des pics peut donc entraîner des erreurs importantes. Mais la reconstruction d'une chaîne se fait entre deux pics angulaires (voir notion de chaîne), ainsi la mauvaise

estimation des pics n'a pas de conséquence pour la statique de la signature puisque nous considérons surtout les vitesses entre les pics angulaires qui elles sont bien reconstruites.

L'exemple suivant nous montre la signature originale de PR (figure 6) et sa signature reconstruite (figure 7). C'est cette signature qui possède les plus fortes erreurs.

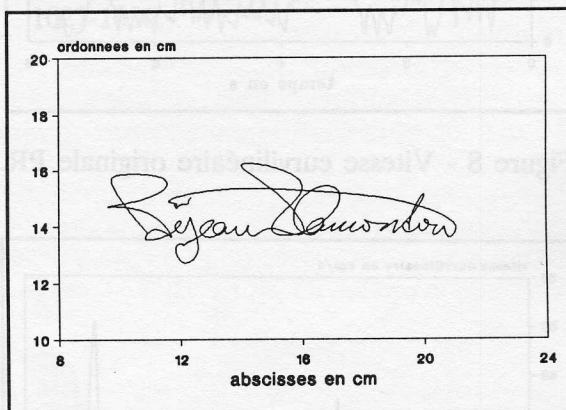


Figure 6 - Signature originale de PR.

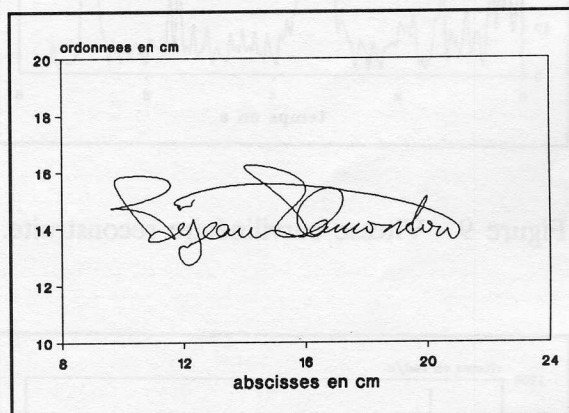


Figure 7 - Signature reconstruite de PR.

Les figures 8 et 9 montrent les vitesses curvilinéaires originales et reconstruites pour la signature de PR, et les figures 10 et 11 montrent ses vitesses angulaires originales et reconstruites.

Avec les différentes figures, nous pouvons constater que le modèle générateur de gaussiennes est capable de reproduire la statique de la signature, mais également la dynamique (vitesse curvilinéaire et angulaire) de cette même signature.

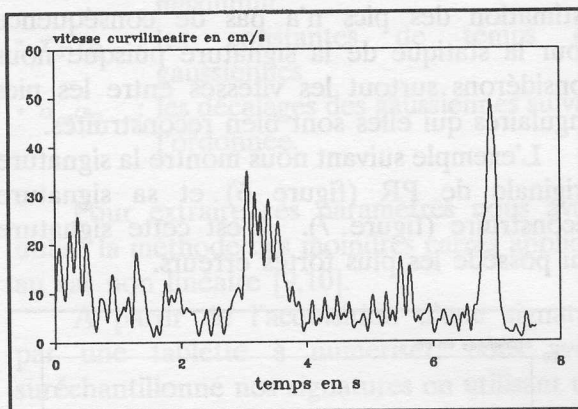


Figure 8 - Vitesse curvilinéaire originale PR.

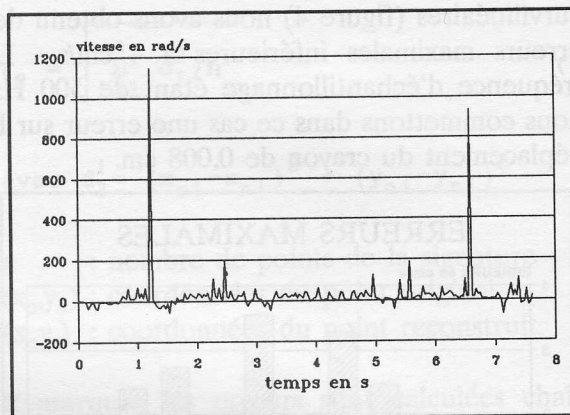


Figure 11 - Vitesse angulaire reconstruite.

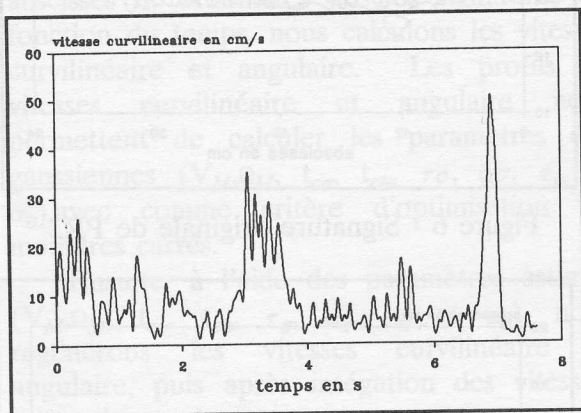


Figure 9 - Vitesse curvilinéaire reconstruite.

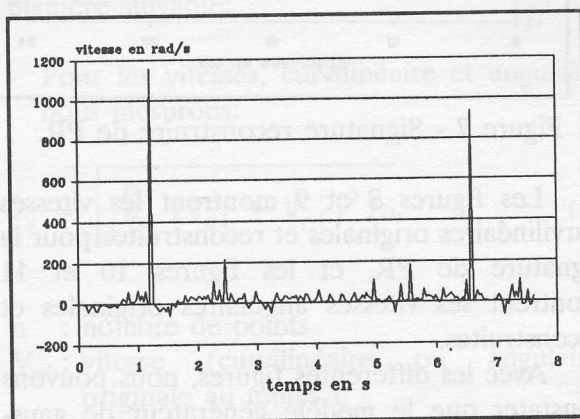


Figure 10 - Vitesse angulaire originale.

6. Conclusions

Avec le modèle générateur de gaussienne nous sommes capables de reconstruire la statique d'une signature avec une grande qualité. Mais nous pouvons également reproduire la dynamique de la signature, même si le modèle semble avoir quelques difficultés à reproduire les discontinuités angulaires.

Mais les discontinuités angulaires marquent les limites des chaînes et ce qui nous intéresse surtout c'est de reproduire la dynamique de la chaîne entre les discontinuités. Ce but est atteint puisque la chaîne une fois regénéré à partir des vitesses curvilinéaire et angulaire nous donne une excellente reconstruction.

Compte tenu des résultats obtenus, la validation du modèle sur des signatures manuscrites semble plus que satisfaisante. La poursuite de nos recherches sur le modèle et sur ses applications nous donne de nouvelles ouvertures, au niveau de la vérification de signatures et de la reconnaissance de caractères que nous comptons exploiter prochainement.

Références

- [1] R. Plamondon, G.E. Stelmach et N. Teasdale. "Motor Program Coding Representation from Handwriting Generator Models: the Production of Line Responses", accepté dans *Biol. Cybernetics*, mai 1989.

- [2] R. Plamondon, Y. Li-De et G.E. Stelmach, B. Clément, "On the Automatic Extraction of Biomechanical Information from Handwriting Signals", soumis à *IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics*, Jan. 1990.
- [3] R. Plamondon., "Handwriting Control - A Functional Model", dans *Models of Brain Function*, R. Cotterill (Ed.) Academic Press, Londres, 1989, pp. 563-574.
- [4] R. Plamondon, et F. Lamarche. "Modélisation de l'écriture: une approche systémique", dans *Graphonomics: Contemporary Research in Handwriting*, H.S.R., Kao, G.P. van Galen, R. Hoosain (Eds.), Elsevier Sci. Pub., North-Holland, septembre 1986, pp. 169-183. (Book of Selected Papers from 2nd Int. Symp. on Neural and Motor Aspects of Handwriting.)
- [5] R. Plamondon, "A Handwriting Model Based on Differential Geometry". dans *Computer Recognition and Human Production of Handwriting*, R. Plamondon, C.Y. Suen, M. Simner (Eds.), World Scientific Publish., Hong Kong, 1989, pp. 179-192. (Book of selected papers from 3rd International Symposium on Handwriting and Computer Applications.)
- [6] R. Plamondon et F.J. Maarse, "A Neurone Oriented Representation to Compare Biomechanical Handwriting Models", *Proc. of the Third International Symposium on Handwriting and Computer Applications*, Montréal, juillet 87, pp. 2-4.
- [7] R. Plamondon, "What does Differential Geometry Tell us About Handwriting Generation?", *Proc. Third Int. Symp. on Handwriting and Computer Applications*, Montréal, juillet 87, pp. 11-13.
- [8] R. Plamondon et F.J. Maarse, "An Evaluation of Motor Models of Handwriting", *IEEE Trans. on Syst. Man Cybernetics*, vol. 19, 1989, pp. 1060-1072.
- [9] K. Arbenz et A. Wohlhauser, "Méthodes mathématiques pour l'ingénieur, analyse numérique". *Presses Polytechniques Romandes*, 1981.
- [10] F. Leclerc, "Validation d'un modèle générateur de vitesse à profil gaussien sur des signatures manuscrites". Ecole Polytechnique de Montréal, Mémoire de Maîtrise, novembre 1989.
- [11] D.J. BURR, "A Normalizing Transform for Cursive Script Recognition". *Proc. of the 6th Int. Conf. on Pattern Recognition*, Munich, 19-22 oct. 1982, vol. 2, pp. 1027-1030.