

Robust Subpixel Edge Localization for Dimensional Measurements by Computer Vision

Fred Truchetet, Fred Nicolier, Olivier Laligant
Le2i, 12, rue de la fonderie, 71200 Le Creusot, France
f.truchetet@iutlecreusot.u-bourgogne.fr

Keywords: contour subpixel, interpolation spline, contrôle dimensionnel.

Abstract

Dimensional control by artificial vision is becoming a standard tool for industrialists interested in such remote and without contact measurement methods. The expected precision of those systems is largely dependant on camera resolution and high precision requires very costly CCD sensor and frame grabber. A method is proposed which tends to increase significantly the precision of dimensional measurements without increasing the hardware complexity. This algorithm is also quite robust against noisy images such that it could be encountered in real world imaging, a precision of 1/16 pixel can easily be obtained with SNR=2dB. Dimensional control by artificial vision generally involves an edge detection stage in its process, it is this step that we propose to improve. A lot of edge detection techniques with pixel resolution are well known and some of them are designed in order to be robust against image corruption. On the other hand B-spline interpolation methods have been considerably improved and popularized by the signal processing techniques proposed by M. Unser and Al.. An algorithm resulting from the merging of these two ideas is proposed in this paper. In this algorithm, the interpolation is prepared by an optimized filtering and by a detection of local maxima of gradient.

1. INTRODUCTION

La détection de contours dans des images numériques est un des outils de base de la vision artificielle et les algorithmes permettant cette opération ont fait et font l'objet d'un nombre incalculable de travaux. Parmi toutes les approches possibles, nous considérerons, dans ce qui suit, la détection de variations brusques de la luminance moyenne par filtrage linéaire. Ces méthodes consistent à déterminer une estimation du gradient de l'image en chaque point, la présence du contour est caractérisée par un maximum du module du gradient dans la direction du vecteur gradient. Les difficultés de ce type d'approche sont liées à deux éléments: la nature discrète du signal d'une part et la présence de bruit d'autre part. La dérivation d'un signal discret appartient à la catégorie des problèmes mal posés et une régularisation préalable est nécessaire. Le mélange dans l'image à traiter de signal utile et de signal perturbateur conduit à choisir des

algorithmes permettant d'extraire le mieux possible les contours du signal utile en minimisant l'influence du bruit. Incontestablement, l'introduction de critères de performance proposée en particulier par J.Canny,¹ a permis de proposer des solutions optimisées à cet ensemble de contraintes et les filtres de Shen et Castan (S-C),⁷ de Canny-Deriché (C-D), de Bourennane (B-P-T),⁶ etc..., construits d'après ces critères, constituent les outils de base utilisés universellement par les traiteurs d'image pour la détection des contours dans les cas difficiles. Le reproche majeur que l'on peut faire à ces méthodes est que l'optimisation est menée dans le domaine continu pour être ensuite transposée par simple échantillonnage dans le domaine discret. Demigny,⁸ en proposant des critères de performance dans le domaine discret, a montré récemment que les performances des filtres classiques pouvaient différer très notablement de l'optimum espéré dans certains cas. Une solution à ce problème serait de construire des filtres optimaux directement à partir des critères discrets, si certains auteurs¹¹ ont tenté cette approche, les performances réelles de leurs opérateurs restent à confirmer. Une alternative est de convertir le signal discret en signal continu par une méthode d'interpolation, ce qui permet ensuite d'appliquer avec certaines chances de succès les méthodes éprouvées du traitement du signal continu. Dans cette gamme de solutions, il convient de citer la contribution tout à fait décisive de M. Unser,^{3,4} qui propose sur la base de l'interpolation B-spline, une ensemble de techniques de traitement du signal discret particulièrement performantes. Il propose pour la détection de contour de pratiquer une dérivation sur le signal interpolé, ce qui le conduit à proposer un filtre linéaire numérique de type récursif assez voisin de C-D ou S-C. Le reproche que l'on peut faire à sa méthode est qu'elle ne prend pas en compte la présence de bruit. Pour tenir compte de ce problème, il propose une approximation B-spline lissante mais son algorithme ne présente aucune garantie d'optimalité vis à vis de la suppression de ce bruit. Nous proposons d'utiliser les outils proposés par Unser pour assurer un traitement optimisé sur le signal interpolé et, ainsi, formuler un algorithme de détection de contours avec une précision subpixel pour des images bruitées. La décomposition de la réponse impulsionnelle d'un filtre optimisé suivant les critères de Canny ou de Shen et Castan sur un ensemble de fonctions B-spline conduit à des opérations de filtrage discret qui, dans la marge du respect du théorème de Shannon, permettent d'assurer une meilleure garantie d'optimalité des performances que les autres approches.

2. FILTRAGE OPTIMISÉ

Soit le signal numérique initial $e[k]$, on note $f(x)$, la réponse impulsionnelle du filtre détecteur de contour optimisé dans le domaine continu (C-D, S-C ou B-P-T). Suivant les travaux de Unser, le signal numérique sera interpolé par un signal continu noté $e(x)$ tel que:

$$e(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u[k] \beta^n(x-k) \quad (1)$$

où les fonctions $\beta^n(x)$ sont des B-splines d'ordre n , et où l'interpolation est elle que:

$$e[k] = e(x)|_{x=k} \quad (2)$$

La réponse impulsionnelle du filtre détecteur est décomposée sur une base B-spline d'ordre p suivant:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k] \beta^p(x-k) \quad (3)$$

Pour une estimation des contours avec une résolution égale à celle du signal d'entrée, la réponse du filtre recherché sera $s[k]$, l'échantillonné de $s(x)$ tel que:

$$s[k] = s(x)|_{x=k} \quad (4)$$

avec

$$s(x) = e * f(x) \quad (5)$$

Soit:

$$s(x) = \int_{\tau} \sum_i u[i] \beta^n(\tau-i) \sum_j h[j] \beta^p(x-j-\tau) d\tau \quad (6)$$

ce qui donne après permutation des sommes et de l'intégration et en profitant de la propriété de construction des B-splines:

$$s(x) = \sum_j h[j] \sum_i u[i] \beta^{n+p+1}(x-j-i) \quad (7)$$

Si, à l'instar de Unser³ on introduit les B-splines discrètes:

$$b^n[k] = \beta^n(x)|_{x=k} \quad (8)$$

il vient:

$$s[k] = \sum_j h[j] \sum_i u[i] b^{n+p+1}[k-j-i] \quad (9)$$

soit

$$s[k] = h * u * b^{n+p+1}[k] \quad (10)$$

où le produit de convolution numérique a remplacé le produit de convolution continu. Si on note simplement $f[k]$ le signal discret construit par échantillonnage de la réponse

impulsionnelle du filtre de détection et si on introduit les B-splines discrètes inverses b_{-1}^n telles que leurs transformées en z sont données par $B_{-1}^n(z) = \frac{1}{B^n(z)}$, il vient:

$$s[k] = (e * b_{-1}^n * f * b_{-1}^p * b^{n+p+1})[k] \quad (11)$$

Le signal discret de sortie du détecteur est obtenu par filtrage numérique du signal discret d'entrée $e[k]$ par le filtre numérique de réponse impulsionnelle:

$$f * b_{-1}^p * b_{-1}^n * b^{n+p+1} \quad (12)$$

Si on utilise les transformées en z , la fonction de transfert du système sera:

$$\frac{S(z)}{E(z)} = \frac{B^{n+p+1}(z)}{B^n(z) B^p(z)} F(z) \quad (13)$$

L'interpolation B-spline du signal et du filtre se traduit par une opération de filtrage supplémentaire par rapport au schéma traditionnel et la fonction de transfert de ce filtre est caractérisée par les ordres des B-splines utilisées n et p .

$$P_{n,p}(z) = \frac{B^{n+p+1}(z)}{B^n(z) B^p(z)} \quad (14)$$

Cependant, l'intérêt de la méthode pour une détection à la résolution pixel est discutable; il est, en effet, facile de constater (voir annexe ??) que la fonction de transfert $P_{n,p}(z)$ tend vers l'unité si n et p tendent vers l'infini. Ce point sera discuté plus en détail par la suite, voyons tout d'abord le passage à 2-D.

2.1. Extension au signal 2D

Si en suivant J.Canny on se limite au cas des fonctions séparables, le signal continu d'entrée régularisé par le filtre de réponse impulsionnelle $g_2(x, y) = g(x) \cdot g(y)$ s'écrira:

$$e * g_2(x, y) = e * [g_x \cdot g_y](x, y) \quad (15)$$

La dérivée partielle de ce signal suivant x (la composant suivant x du gradient) sera:

$$\nabla_x e(x, y) = \frac{\partial (e * g_2)}{\partial x}(x, y) = e * \left[\frac{dg_x}{dx} \cdot g_y \right](x, y) \quad (16)$$

La dérivée du filtre de régularisation est justement le filtre détecteur optimisé $f(x)$, le filtre régularisateur sera donc:

$$g(y) = g_y(y) = \int_{-\infty}^y f(\tau) d\tau \quad (17)$$

Le signal sera décomposé sur une base de fonctions B-spline séparables d'ordre $n \times n$:

$$e(x, y) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{c=-\infty}^{+\infty} u[l, c] \beta^n(x-c) \beta^n(y-l) \quad (18)$$

Le même schéma est appliqué aux réponses impulsionnelles des filtres qui seront décomposées sur des B-splines d'ordre $p \times p$:

$$g(y) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r[k] \beta^p(y-k) \quad (19)$$

$$\nabla_x e(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} r[i] \sum_{j=-\infty}^{+\infty} h[j] \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{c=-\infty}^{+\infty} u[l, c] \cdot \beta^{n+p+1}(x-j-c) \cdot \beta^{n+p+1}(y-i-l) \quad (20)$$

En utilisant la transformée en z pour plus de concision dans la notation, le gradient discret s'écrit:

$$\nabla_x E(z_1, z_2) = U(z_1, z_2) H(z_2) B^{n+p+1}(z_2) R(z_1) B^{n+p+1}(z_1) \quad (21)$$

Et en revenant aux signaux discrets d'entrée:

$$\frac{\nabla_x E(z_1, z_2)}{E(z_1, z_2)} = P_{n,p}(z_1) P_{n,p}(z_2) F(z_2) G(z_1) \quad (22)$$

Le filtrage sera donc séparable et le traitement pourra être effectué en deux temps avec un filtrage suivant les lignes par: $G \cdot P_{n,p}$ puis suivant les colonnes par: $F \cdot P_{n,p}$

2.2. Gradient subpixel

L'intérêt principal de l'algorithme proposé, comme nous le verrons, réside dans son utilisation pour la détection de contours avec une résolution subpixel. Une estimation subpixel du gradient 1D à l'abscisse non entière x est obtenue directement et naturellement par le calcul de $s(x)$ en suivant la même méthode que celle qui a conduit à l'équation 11:

$$s(x) = \sum_k [(e * f * b_{-1}^n * b_{-1}^p) [k] \beta^{n+p+1}(x-k)] \quad (23)$$

Cette interpolation n'a de sens que dans le voisinage du plus proche pixel; si on prend la position de ce pixel comme origine des coordonnées, x ne variera qu'entre $-1/2$ et $+1/2$. Le support de la fonction B-spline d'ordre n est limité à $\pm \frac{n+1}{2}$; le domaine de sommation sera donc lui aussi limité et k variera entre $\pm \frac{n+p+2}{2}$. Il n'y aura donc qu'un nombre fini d'opérations à effectuer pour chaque interpolation. Ceci est illustré par la table des coefficients fournie en 1 pour un pas d'interpolation de $1/16$ de pixel et $n+p+1=7$. Les coefficients inférieurs à 10^{-4} sont négligés dans cette table.

Le cas 2D est traité tout aussi simplement:

$$\nabla_x e(x, y) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{c=-\infty}^{+\infty} v[l, c] \beta^{n+p+1}(x-c) \beta^{n+p+1}(y-l) \quad (24)$$

Pas: x	$k = -3$	$k = -2$	$k = -1$	$k = 0$
0	0.0002	0.0238	0.2363	0.4794
0.0625	0.0003	0.0291	0.2578	0.4781
0.1250	0.0005	0.0352	0.2795	0.4742
0.1875	0.0007	0.0423	0.3014	0.4678
0.2500	0.0009	0.0504	0.3230	0.4590
0.3125	0.0013	0.0595	0.3442	0.4478
0.3750	0.0018	0.0698	0.3647	0.4346
0.4375	0.0025	0.0813	0.3843	0.4195
0.5000	0.0034	0.0940	0.4026	0.4026

Pas: x	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
0	0.2363	0.0238	0.0002
0.0625	0.2153	0.0193	0.0001
0.1250	0.1950	0.0155	0.0001
0.1875	0.1755	0.0124	0.0000
0.2500	0.1569	0.0098	0.0000
0.3125	0.1395	0.0076	0.0000
0.3750	0.1231	0.0059	0.0000
0.4375	0.1080	0.0045	0.0000
0.5000	0.0940	0.0034	0.0000

Table 1. Exemple de masques d'interpolation ($n+p+1=7$)

Le signal discret $v[l, c]$ est obtenu par préfiltrage séparable du signal d'entrée suivant la relation:

$$\frac{V(z_1, z_2)}{E(z_1, z_2)} = \frac{F(z_2) G(z_1)}{B^n(z_1) B^p(z_1) B^n(z_2) B^p(z_2)} \quad (25)$$

Les masques d'interpolation $\beta^{n+p+1}(x-c) \beta^{n+p+1}(y-l)$ sont appliqués également de façon séparables, c'est à dire successivement suivant les lignes et les colonnes.

Tous les éléments nécessaires aux déterminations pratiques des fonctions B-splines et des préfiltres associés peuvent être trouvés dans³ et⁴.

2.3. Ordre d'interpolation et préfiltre

Le système est donc paramétré par les ordres des B-splines utilisées pour l'interpolation du signal à traiter (n) et de la réponse impulsionnelle du filtre détecteur (p). Plus l'ordre est élevé plus l'interpolation se rapproche de l'idéal du modèle à bande limitée du théorème de Shannon. Il semble donc clair que plus la fréquence d'échantillonnage est proche de la limite théorique (Nyquist) plus l'ordre d'interpolation doit être élevé pour assurer la meilleure performance possible pour l'opérateur.

En ce qui concerne la réponse impulsionnelle du filtre, la fréquence d'échantillonnage est fixée par le choix du paramètre de largeur du filtre (α pour les filtres S-C et C-D). Le caractère passe-bande du filtre doit être respecté pour que l'effet de débruitage conserve son importance; la fréquence de Nyquist ($\omega = \pi$) doit donc rester nettement supérieure à la fréquence du maximum de la réponse. Pour fixer les

$$\begin{aligned}
P_{0,0} &= 1 \\
P_{0,1} &= \frac{z+6+z^{-1}}{8} \\
P_{0,2} &= \frac{4z+4+z^{-1}}{3z+6+z^{-1}} = 0.2288 \frac{z+4+z^{-1}}{(1+0.1716z)(1+0.1716z^{-1})} \\
P_{0,3} &= \frac{1}{64} \frac{z^2+76z+230+76z^{-1}+z^{-2}}{z+4+z^{-1}} \\
P_{1,1} &= \frac{z+4+z^{-1}}{8} \\
P_{1,2} &= \frac{1}{48} \frac{z^2+76z+230+76z^{-1}+z^{-2}}{z+6+z^{-1}} \\
P_{1,3} &= \frac{1}{20} \frac{z^2+26z+66+26z^{-1}+z^{-2}}{z+4+z^{-1}} \\
P_{2,2} &= \frac{8}{15} \frac{z^2+26z+66+26z^{-1}+z^{-2}}{(z+6+z^{-1})(z+4+z^{-1})} \\
P_{2,3} &= \frac{1}{960} \frac{z^3+722z^2+10543z+23548+10543z^{-1}+722z^{-2}+z^{-3}}{(z+6+z^{-1})(z+4+z^{-1})}
\end{aligned}$$

Table 2. Exemples de filtres $P_{n,p}$

idées, rappelons que pour S-C ce maximum se produit pour $\omega = \alpha$ suivi d'une décroissance en $1/\omega$, tandis que pour C-D on le trouve à $\omega = \alpha/\sqrt{3}$ suivi d'une décroissance en $1/\omega^2$.

Pour le signal d'entrée, si le bruit superposé est important, il n'est sans doute pas très intéressant d'augmenter l'ordre des splines car la bande utile du signal sera en fait inférieure à la bande théorique. Remarquons que cette remarque va dans le sens de la simplicité du filtre global, car si le bruit est élevé, le paramètre du filtre efficace sera petit et donc la fréquence du maximum sera faible, on pourra donc choisir également un ordre petit pour les B-splines d'interpolation du filtre. Si le bruit est faible, le paramètre du filtre pourra être plus grand mais les performances globales du détecteur seront moins critiques, on pourra donc supporter sans trop d'inconvénient un non respect du théorème de Shannon et là encore, les ordres d'interpolation pourront rester limités.

On peut retenir de la discussion succincte qui précède que les valeurs de n et de p auront sans doute intérêt à être voisines pour la cohérence de la démarche. C'est finalement la complexité finale admise pour l'opérateur qui va décider du choix.

Le tableau 2 donne les fonctions de transfert du filtre $P_{n,p}$ ($P_{n,p} = P_{p,n}$) pour les cas qui semblent les plus intéressants dans la pratique (voir figure 1). On remarquera que pour $P_{0,0}$ on retrouve le schéma classique des opérateurs sans interpolation et que $P_{1,1}$ correspond au préfiltre de lissage proposé par Chéhikian⁹ pour la partie régularisation d'un filtrage type S-C.

Dans la mesure où l'effet du préfiltrage devient négligeable si l'ordre d'interpolation tend vers l'infini (voir annexe), on peut se poser la question de savoir si, indépendamment du problème de la complexité des algorithmes, il est souhaitable d'augmenter l'ordre des splines utilisées pour l'interpolation dans le cas de la détection avec une résolution pixel. Pour l'interpolation de la réponse impulsionnelle des filtres, le modèle idéal de l'interpolateur

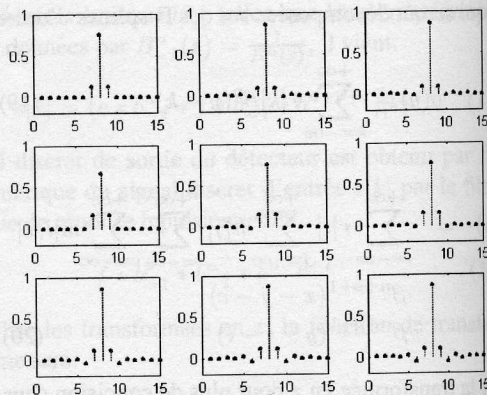


Figure 1. Réponse impulsionnelle des préfiltres (P01,P02,P03,P11,P12,P13,P22,P23,P33)

à bande limitée n'est sans doute pas le meilleur, car la réponse fréquentielle que l'on cherche à imiter sera distordue par l'application d'un tel filtre passe bas brutal et la déformation, si elle est trop prononcée peut avoir des conséquences tout à fait néfastes au bon fonctionnement du détecteur de contour. On peut donc penser que malgré l'inefficacité théorique de la méthode portée à ses limites, elle peut présenter un intérêt pour des ordres d'interpolation faible et il conviendra donc de mesurer les performances de l'opérateur pour divers ordres d'interpolation pour répondre à la question posée.

3. RÉSULTATS EN RÉOLUTION NORMALE

Nous examinons, tout d'abord les performances des détecteurs de contour optimisés associés au préfiltrage proposé dans le cas de la recherche de contour avec une résolution spatiale égale à celle du signal initial (résolution pixel). Nous proposons d'utiliser les critères de qualité discrets de Demigny⁸ pour analyser les performances de ces filtres numériques. Ces critères qui reprennent les idées introduites initialement par J.Canny,¹ présentent l'avantage de prendre en compte avec rigueur l'aspect discret du traitement et des signaux traités. Au nombre de trois, ces critères sont C_1 , C_2 et C_3 ; respectivement critère de bonne détection, de bonne localisation et de non-multiplicité des réponses. Ils caractérisent, d'autre part, uniquement les filtres linéaires utilisés et n'intègrent pas, à la différence d'autres critères de qualité (critère de Pratt ou de Fram et Deutsh), la détection des maxima locaux et le seuillage. Le reproche que l'on pourrait leur faire est de ne pas tenir compte du caractère 2-D des opérateurs de détection de contours étudiés. Les algorithmes que nous testons n'ayant pas

de caractéristiques particulières sur ce plan, la restriction introduite n'est pas gênante.

3.1. Filtrés testés

les filtres utilisés dans ce test sont les filtres de Shen et Castan (S-C) et de Canny-Deriche (C-D). Ces opérateurs sont constitués d'un filtre lisseur de réponse impulsionnelle $g(x)$ et d'un dérivateur de réponse impulsionnelle $f(x)$:

Pour l'opérateur de S-C, les réponses impulsionnelles des filtres régularisateur et dérivateur sont données par:

$$g(x) = ce^{-\alpha|x|} \quad (26)$$

$$f(x) = \text{sign}(x)de^{-\alpha|x|} \quad (27)$$

d'où les fonctions de transfert après normalisation:

$$F(z) = (e^{-\alpha} - 1) \cdot (z^{-1} - z) \cdot \frac{1}{1 - e^{-\alpha}z^{-1}} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\alpha}z} \quad (28)$$

$$G(z) = (1 - e^{-\alpha})^2 \cdot \frac{1}{1 - e^{-\alpha}z^{-1}} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\alpha}z} \quad (29)$$

Pour l'opérateur C-D, on a:

$$g(x) = c(1 + \alpha|x|)e^{-\alpha|x|} \quad (30)$$

$$f(x) = kxe^{-\alpha|x|} \quad (31)$$

Ces deux opérateurs sont paramétrés par α qui contrôle la "largeur" des filtres utilisés. Plus le signal à traiter est bruité plus le filtre doit être régularisant et donc plus la réponse impulsionnelle doit être large (α petit).

3.2. Performances

Les tableaux donnés en 3 présentent les valeurs des critères de performance de Demigny pour le filtre C-D testé pour un rapport signal à bruit de 3 et des valeurs de α variant de 0.2 à 10. Les préfiltres $P_{n,p}$ ont été testés de $P_{0,1}$ à $P_{3,3}$. Nous donnons les résultats pour ces deux cas extrêmes. D'une façon générale, les critères C_1 et C_3 sont améliorés par le préfiltrage tandis que C_2 est détérioré dans une moindre mesure. Nous proposons d'utiliser le produit $C = C_1 \cdot C_2 \cdot C_3$ comme critère de qualité global et l'amélioration de préfiltrage est mesurée par le gain relatif apporté sur C par le préfiltre. De façon globale, comme c'était prévisible, l'effet diminue quand l'ordre du préfiltre augmente et il reste dans tous les cas relativement limité. Conformément à ce qu'on pouvait attendre l'amélioration est surtout sensible quand l'échantillonnage initial du filtre est particulièrement épars, c'est à dire quand le paramètre α est supérieur à 1 pour S-C et à 2 pour C-D. Il faut noter que cette amélioration des performances peut dépasser la valeur significative de 20%.

α	C_1	C_2	C_3	C	$\frac{\Delta C}{C}$
0.2	3.13	0.02	16.25	1.15	0
0.5	1.96	1.17	7.88	18.16	0
1	1.34	1.45	5.13	9.91	0
2	0.91	1.61	3.90	5.73	0
5	0.72	1.64	3.47	4.07	0
10	0.71	1.64	3.44	4.02	0
(a)					
α	C_1	C_2	C_3	C	$\frac{\Delta C}{C}$
0.2	3.13	0.02	17.13	0.99	-0.14
0.5	1.98	1.11	8.57	18.92	.04
1	1.29	1.28	5.66	10.02	.01
2	1.00	1.57	4.27	6.70	.17
5	0.82	1.60	3.76	4.94	.21
10	0.81	1.60	3.73	4.87	.21
(b)					
α	C_1	C_2	C_3	C	$\frac{\Delta C}{C}$
0.2	3.14	0.02	16.38	1.13	-0.02
0.5	1.96	1.16	8.02	18.28	.01
1	1.34	1.37	5.30	9.71	-.02
2	0.93	1.56	4.08	5.92	.03
5	0.75	1.58	3.64	4.29	.05
10	0.74	1.58	3.62	4.22	.05
(c)					
a: sans préfiltre b: $P_{0,1}$					
c: $P_{3,3}$					

Table 3. Critres de performance de Demigny pour le decteur de contour de Canny-Deriche sans (a) et avec prfiltrage (b et c)

A titre d'exemple (voir table 4), deux images présentent l'action du filtre S-C sans et avec préfiltrage. L'image originale est peu bruitée et on constate que l'effet du préfiltrage est plutôt négatif (élargissement des contours) ce qui est tout à fait normal et qui illustre le fait que, pour des images non bruitées, l'estimation du gradient est d'autant meilleure que la régularisation sera faible.

4. RÉSULTATS EN RÉOLUTION SUBPIXEL

L'algorithme de détection de contour subpixel que nous proposons permet une économie de temps de calcul par rapport aux méthodes standard (Haralick¹² par exemple) et une grande robustesse vis à vis du bruit. La position approximative (au pixel près) des contours est déterminée dans un premier temps par un détecteur optimisé qui donne une estimation du gradient, puis dans un deuxième temps la position exacte du maximum du gradient est déterminée par calcul local de l'interpolation spline d'ordre $n + p + 1$ sur l'image gradient préfiltrée par $\frac{1}{B^n B^p}$. La recherche est limitée à une largeur d'un demi pixel dans le sens déterminé par la variation locale du gradient. L'opération élémentaire dans cette phase de l'algorithme consiste en un calcul de moyenne pondérée par un masque déterminé par des fonctions du type



(a)



(b)

Table 4. (a) S-C; (b) S-C+P11

$\beta^{n+p+1}(x)$ où x est l'abscisse relative en fraction de l'unité du point d'interpolation. Ceci est conforme à la description du paragraphe 2.2.

Nous illustrons les performances de l'algorithme par un test sur une image d'un objet réel (une disquette: image 5) possédant une arête (bord droit de la disquette) qui physiquement suit une ligne droite. La qualité de l'interpolation subpixel est estimée par comparaison des coordonnées des points du contour déterminé par l'algorithme avec l'équation de la droite la plus proche de ces points au sens des moindres carrés. Il faut remarquer que la mesure de l'écart type de l'erreur rend en compte aussi bien de la délocalisation du contour que de la présence de points de contour erronés. Le test de la résistance au bruit est mené sur des images identiques auxquelles un bruit blanc gaussien a été ajouté (voir l'exemple de l'image 6). Nous avons choisi pour ce test d'utiliser le détecteur S-C, des résultats qualitativement tout à fait analogues sont obtenus avec d'autres détecteurs optimum (C-D, B-P-T). Le paramètre de régularisation (α) du détecteur doit être adapté au niveau de bruit ajouté à l'image.

La détection subpixel est menée au $1/16^{\text{ème}}$ de pixel près. L'ordre d'interpolation choisi est le même pour le filtre et le signal: $n = p = 3$. La fonction de transfert des préfiltres est donnée par:

$$B_3(z) = \frac{z + 4 + z^{-1}}{6} \quad (32)$$

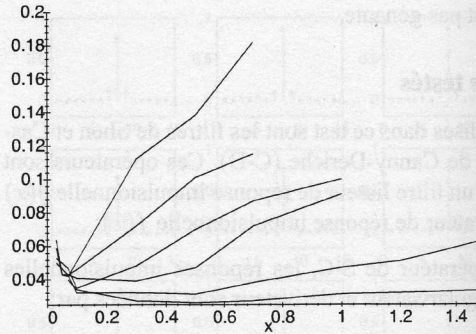


Figure 2. Ecart-type en fonction de α pour différents rapports signal sur bruit; de bas en haut: ∞ , 15, 8, 5, 2, 0 dB

Les résultats sont résumés sur les courbes de la figure 2 qui présentent la variation de l'écart type entre les points mesurés et la droite optimum en fonction du paramètre α et du rapport signal à bruit de l'image. Sur l'image originale (non bruitée), l'écart type pour une détection au pixel près est 0.290 pixel alors qu'en subpixel, il n'est que de 0.026 pixel, sachant que l'interpolation est menée à 0.0625 pixel près. Pour des images bruitées, on constate qu'à l'optimum (pour α) l'écart type reste inférieur au niveau d'interpolation choisi et cela même pour des niveaux de bruit importants. La robustesse de l'algorithme proposé est ainsi mise en évidence. On constate cependant que le réglage du paramètre de régularisation du détecteur devient de plus en plus critique au fur et à mesure que le bruit ajouté à l'image augmente. Ce paramètre de régularisation qui est inversement proportionnel à la "largeur" de la réponse impulsionnelle du filtre doit évidemment diminuer quand le bruit augmente. Les images 3 et 4 montrent un exemple de la répartition des points de contour détectés à la résolution pixel et à la résolution subpixel avec et sans bruit ajouté à l'image.

5. CONCLUSION

Un algorithme de détection et de localisation de contours avec une précision subpixel est proposé. Il s'appuie sur une interpolation B-spline du signal initial et du filtre dérivateur optimisé. La démarche présentée permet d'assurer l'optimalité de l'opérateur vis à vis des critères classiques de canny ou de Shen et assure ainsi au traitement une bonne robustesse au bruit ce qui est particulièrement important dans le cas de la détection de contours. Les opérations mises en jeu consistent pour l'essentiel en des filtrages récursifs d'ordre faible (1 ou 2) et les paramètres en nombre très limité (2) sont peu critiques. Les performances de la méthodes sont illustrées sur une image réelle d'un objet possédant un contour physique rectiligne, de sorte

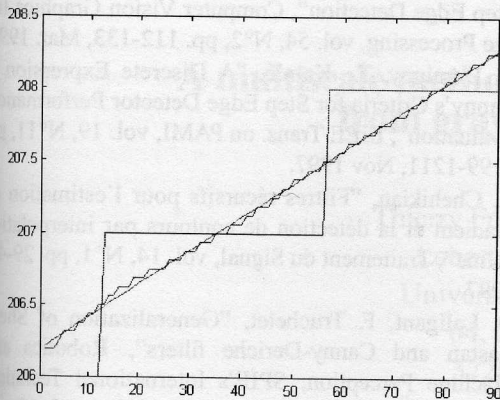


Figure 3. Représentations (pixel, subpixel et meilleure droite) de l'arête droite de la disquette (image non bruitée).

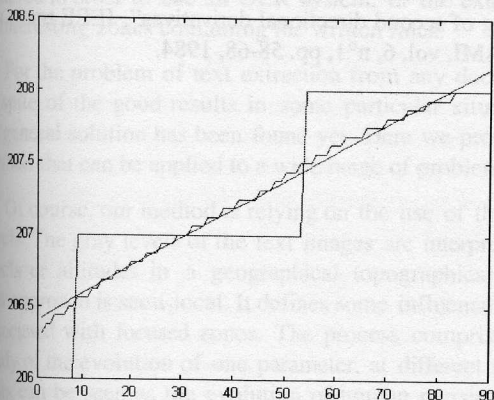


Figure 4. Représentations (pixel, subpixel et meilleure droite) de l'arête droite de la disquette (RSB=2dB)

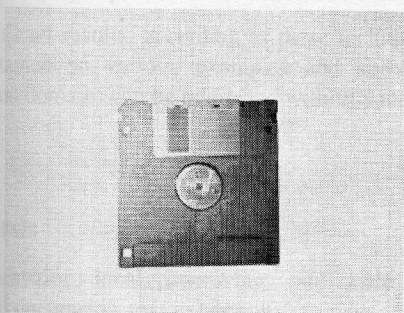


Figure 5. Image disquette non bruitée

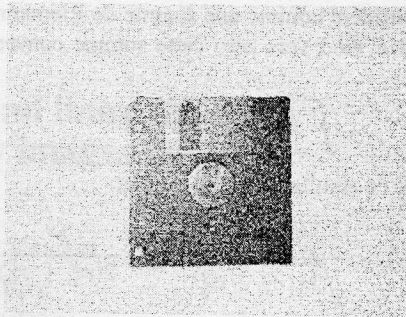


Figure 6. Image disquette avec RSB=2dB

que la bonne détection d'une droite constitue un indicateur pertinent de qualité. L'opérateur de Shen et Castan utilisé dans cet exemple est bien adapté au traitement des contours abrupts, dans le cas de contours plus flous, l'opérateur de Canny-Deriche ou de Bourennane devrait sans doute être utilisé pour obtenir les meilleurs résultats.

Une estimation comparative des performances de cet algorithme avec des résultats fournis par d'autres méthodes de détection subpixel reste à mener; il faudrait pour cela définir au préalable des critères de performance adaptés à ce type de détecteur.

6. ANNEXE: LIMITES DE L'INTERPOLATION B-SPLINE

L'interpolation B-spline, tire une grande partie de sa justification du fait que si l'ordre des splines tend vers l'infini l'interpolateur tend vers l'idéal pour les signaux à bande limitée. Cette propriété est liée à la limite gaussienne des fonctions B-spline. En effet, Unser, Aldroubi et Eden ont montré⁵ que la limite de $\beta^n(x)$ si n tend vers l'infini est une gaussienne:

$$\beta^n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}\right) \text{ avec } \sigma_n^2 = \frac{n+1}{12} \quad (33)$$

Si on prend cette limite pour estimer la limite de $b^n * b^p(k)$, il vient:

$$b^n * b^p(k) \simeq \frac{1}{2\pi\sigma_n\sigma_p} \sum_i \exp\left[-\left(\frac{i^2}{2\sigma_n^2} + \frac{(k-i)^2}{2\sigma_p^2}\right)\right] \quad (34)$$

soit, en posant $l = i - k \frac{\sigma_n^2}{\sigma_n^2 + \sigma_p^2}$ et $\sigma^2 = \frac{\sigma_n^2\sigma_p^2}{\sigma_n^2 + \sigma_p^2}$:

$$b^n * b^p(k) \simeq \frac{1}{2\pi\sigma_n\sigma_p} \exp\left(-\frac{k^2}{2(\sigma_n^2 + \sigma_p^2)}\right) \sum_l \exp\left(-\frac{l^2}{2\sigma^2}\right) \quad (35)$$

Si $n, p \rightarrow \infty$ alors, $\sigma^2 \rightarrow \frac{np}{12}$ donc également vers l'infini et le terme

$$\frac{1}{\sigma} \sum_l \exp\left(-\frac{l^2}{2\sigma^2}\right) \quad (36)$$

peut-être considéré comme une somme de Riemann de pas $\frac{1}{\sigma}$, et quand σ tend vers zéro cette somme converge vers l'intégrale:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \sqrt{2\pi} \quad (37)$$

Si on reporte ce résultat dans 35, il vient:

$$b^n * b^p(k) \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_n^2 + \sigma_p^2)}} \exp -\frac{k^2}{2(\sigma_n^2 + \sigma_p^2)} \quad (38)$$

D'autre part et pour la même approximation, on peut exprimer la limite de $\beta^{n+p+1}(x)$ avec $x = k + \alpha$, α étant la partie décimale de x :

$$\beta^{n+p+1}(x) \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_n^2 + \sigma_p^2)}} e^{-\frac{k^2}{2(\sigma_n^2 + \sigma_p^2)}} e^{-\frac{2k\alpha}{2(\sigma_n^2 + \sigma_p^2)}} e^{-\frac{\alpha^2}{2(\sigma_n^2 + \sigma_p^2)}} \quad (39)$$

et donc quand $n, p \rightarrow \infty$:

$$\beta^{n+p+1}(k + \alpha) \simeq b^n * b^p(k) e^{-\frac{k\alpha}{\sigma_n^2 + \sigma_p^2}} \quad (40)$$

En particulier si la partie décimale est nulle, $\alpha = 0$, on a:

$$b^{n+p+1}(k) \simeq b^n * b^p(k) \quad (41)$$

Et la fonction de transfert du préfiltre $P_{n,p}$ se réduit à l'unité:

$$P_{n,p}(z) \rightarrow 1 \text{ si } n, p \rightarrow \infty \quad (42)$$

REFERENCES

1. J.F. Canny, "A computational approach to edge detection", IEEE trans. on PAMI, vol. 8, n°6, pp. 679-698, 1986.
2. R. Deriche, "Using Canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector", Int. Journal of Computer Vision, vol. 1, n°2, pp. 167-187, 1987.
3. M.Unser, A. Aldroubi, M. Eden, "B-Spline Signal Processing: Part I-Theory", IEEE Transaction on Signal Processing, vol. 41, N° 2, pp. 821-833, feb. 1993.
4. M.Unser, A. Aldroubi, M. Eden, "B-Spline Signal Processing: Part II-Efficient Design and Applications", IEEE Transaction on Signal Processing, vol. 41, N° 2, pp. 834-848, feb. 1993.
5. M. Unser, A. Aldroubi, M. Eden, "On the Asymptotic Convergence of B-Spline Wavelets to Gabor Functions", IEEE Trans. on Information Theory, vol. 38, N°2, pp. 864-872, Mar. 1992.
6. E. Bourennane, M. Paindavoine, F. Truchetet, "Amélioration du filtre de Canny-Deriche pour la détection des contours sous forme de rampe", Traitement du signal et des images, vol. 10, n°4, pp. 297-310, 1993.
7. J. Shen, S. Castan, "An Optimal Linear Operator for Step Edge Detection", Computer Vision Graphics Image Processing, vol. 54, N°2, pp. 112-133, Mar. 1992.
8. D. Demigny, T. Kamlé, "A Discrete Expression of Canny's Criteria for Step Edge Detector Performances Evaluation", IEEE Trans. on PAMI, vol. 19, N°11, pp. 1199-1211, Nov 1997.
9. A. Chehikian, "Filtres récursifs pour l'estimation du gradient et la détection de contours par interpolation spline", Traitement du Signal, vol. 14, N°1, pp. 29-42, 1997.
10. O. Laligant, F. Truchetet, "Generalization of Shen-Castan and Canny-Deriche filters", Robotics and Machine Perception, SPIE's International Technical Working Group Newsletter, vol. 7, N°2, pp. 5, 12, august 1998.
11. V. Stoclin, L. Duvieubourg, "Discrete criteria for edge detection", Int. Symposium on Image Processing and Artificiel Vision Systems, TISVA'98, pp. 189-196, Oujda, 1998.
12. R.M. Haralick, "Digital step edges from zero crossing of second directional derivatives", IEEE trans. on PAMI, vol. 6, n°1, pp. 58-68, 1984.